

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТИ ПРИМЕНИМОСТИ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ДИСПЕРСИИ ОПТИМАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ ЗАДЕРЖКИ ИМПУЛЬСНОГО СИГНАЛА

**Лишак Михаил Юрьевич**

кандидат технических наук, доцент кафедры Формирования и обработки радиосигналов. ФГБОУ ВО Национальный исследовательский университет «Московский энергетический институт».

*E-mail:* LishakMY@mpei.ru.

**Рэнцэнмягмар Буянхишиг**

аспирант кафедры Формирования и обработки радиосигналов. ФГБОУ ВО Национальный исследовательский университет «Московский энергетический институт».

*E-mail:* buyanaa1010@mail.ru.

*Адрес:* 111250, г. Москва, ул. Красноказарменная, д. 14.

*Аннотация:* На основе результатов моделирования оптимального приемника проведен анализ зависимости дисперсии ошибки измерения задержки импульсного радиосигнала, принимаемого на фоне нормального белого шума, от отношения сигнал-шум. Для трех типов сигнала оценено влияние нормальной и аномальной составляющих ошибки на величину дисперсии. Для сигнала с гауссовой огибающей и для сигнала с линейной частотной модуляцией получены уточненные формулы для дисперсии ошибки измерения, учитывающие отличие распределения вероятностей ошибки от нормального. По результатам сопоставления оценки дисперсии ошибки измерения задержки, полученной на модели, с рассчитанным по асимптотической формуле значением показано, что минимальное отношение сигнал-шум, определяющее нижнюю границу области применимости асимптотической формулы, составляет около 15 дБ. Установлено, что для сигнала в виде реакции колебательного контура на прямоугольный радиоимпульс при отношении сигнал-шум 15–35 дБ аномальные ошибки практически отсутствуют, но распределение вероятностей ошибки измерения отличается от нормального, что приводит к увеличению дисперсии. В этом случае асимптотическая формула может использоваться только для ориентировочного расчета дисперсии ошибки.

*Ключевые слова:* импульсный радиосигнал, измерение задержки, оптимальный прием, согласованный фильтр, дисперсия ошибки, нормальный белый шум, аномальные ошибки.

### Введение

Измерение временного положения импульсного сигнала, принимаемого в смеси с шумом, – одна из основных задач, решаемых в радиолокационных и радионавигационных системах [1], а также в приборах ультразвуковой дефектоскопии [2]. Поскольку временное положение сигнала обычно определяется относительно некоторого начального момента времени, то будем называть измеряемый параметр задержкой сигнала  $t_3$ . В классической теории оптимального приема сигналов задача измерения задержки рассматривается как задача статистического оценивания параметра распределения вероятностей случайной величины и решается методом максимального правдоподобия [3–5]. Если шум, на фоне которого принимает-

ся сигнал, является нормальным стационарным случайным процессом, то оценка временного положения сигнала по методу максимального правдоподобия имеет асимптотически (т.е. при достаточно большом отношении сигнал-шум) нормальное распределение вероятностей и является несмещенной и эффективной [3], а, следовательно, – оптимальной. Ее дисперсия имеет минимально возможное (для данного сигнала и при заданном отношении сигнал-шум) значение, которое определяется формулой [3, 4]

$$\sigma_{t_3}^2 = \frac{1}{\Delta\omega_{\text{ск}}^2 \rho^2}, \quad (1)$$

где  $\Delta\omega_{\text{ск}}$  – среднеквадратическая ширина спектра сигнала;  $\rho = \sqrt{\frac{2E_c}{G_0}}$  – отношение сиг-

нал-шум;  $E_c$  – энергия сигнала;  $G_0$  – спектральная плотность шума.

Для узкополосного сигнала среднеквадратическая ширина спектра определяется относительно центральной частоты. Она выражается через значение в нуле второй производной нормированной автокорреляционной функции (АКФ) модуля комплексной огибающей сигнала  $K_{\text{норм}}(\tau)$  [4]:

$$\Delta\omega_{\text{ск}} = \sqrt{-K''_{\text{норм}}(\tau)}\Big|_{\tau=0} = \sqrt{-K''_{\text{норм}}(0)}. \quad (2)$$

Известно [1, 5], что оптимальная оценка задержки узкополосного импульсного сигнала, принимаемого на фоне нормального белого шума, может быть получена на основе обработки колебания на выходе согласованного с сигналом фильтра (СФ). Она определяется как

$$\hat{t}_3 = t_m - \tau_{\text{и}},$$

где  $t_m = \arg \max_{t \in [0, T]} U_{\text{СФ}}(t)$  – момент времени, в

который достигается максимум огибающей  $U_{\text{СФ}}(t)$  колебания на выходе СФ;  $T$  – длительность колебания на выходе СФ;  $\tau_{\text{и}}$  – длительность импульса.

Случайные смещения максимума отклика СФ под действием шума приводят к ошибкам измерения задержки. При достаточно большом отношении сигнал-шум, когда эти ошибки имеют нормальное распределение вероятностей, дисперсия ошибки определяется формулой (1). Если же отношение сигнал-шум недостаточно велико для того, чтобы распределение вероятностей оценки параметра было нормальным, оценка перестает быть эффективной и, следовательно, ее дисперсия увеличивается по сравнению с (1). Особенно сильно это проявляется при малом отношении сигнал-шум, когда возникают так называемые *аномальные ошибки измерения* [6, п.3.6; 7, п. 1.6], величина которых значительно превышает ширину главного максимума автокорреляционной функции сигнала. Эти ошибки обусловлены тем, что максимум отклика СФ формируется уже не в соответствии с АКФ сигнала, а образуется под

действием шума и может достигаться в любой момент времени на интервале  $[0, T]$ .

Задача определения дисперсии оценки параметра, когда она не является эффективной, детально изучается в монографии [7]. В частности, там проведен анализ выражения для дисперсии оценки в том случае, когда отношение сигнал-шум не настолько велико, чтобы считать распределение вероятностей оценки параметра нормальным, но и не настолько мало, чтобы учитывать влияние возможных аномальных ошибок. В результате показано, что при этих условиях формула для дисперсии оценки параметра содержит дополнительное по сравнению с (1) слагаемое [7, п. 3.1; 4, п. 2.2]:

$$\sigma_{t_3}^2 = -\frac{1}{K''_{\text{норм}}(0)\rho^2} \left( 1 + \frac{K''''_{\text{норм}}(0)}{\rho^2 K''_{\text{норм}}(0)^2} \right). \quad (3)$$

Для его определения необходимо дополнительно вычислить значение в нуле четвертой производной нормированной АКФ  $K''''_{\text{норм}}(0)$ .

Формулы (1) и (3) определяют дисперсию оценки задержки только при достаточно большом отношении сигнал-шум, когда аномальные ошибки измерения отсутствуют. Однако авторам не известны опубликованные результаты, позволяющие определить конкретные численные значения отношения сигнал-шум, которые при вычислении дисперсии оценки по аналитическим формулам можно было бы считать достаточно большими. Поэтому целью данной работы является исследование методом статистического имитационного моделирования зависимости дисперсии оценки задержки от отношения сигнал-шум для ряда типовых радиосигналов и определение на основе сопоставления с теоретическими значениями (1) и (3) такого граничного значения отношения сигнал-шум, при котором начинает проявляться влияние аномальных ошибок.

Для моделирования в работе использованы следующие виды импульсных сигналов:

- радиоимпульс с огибающей в виде гауссовой кривой;

- сигнал в виде отклика одиночного колебательного контура на радиоимпульс с прямоугольный огибающей, действующий на резонансной частоте;

- сигнал с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) с прямоугольной огибающей.

Сигналы первого и второго вида часто используются в качестве теоретических моделей немодулированного импульсного сигнала при анализе характеристик устройств приема и обработки радиосигналов. ЛЧМ сигнал является сложным сигналом, широко применяемым в радиолокации.

Моделирование проводилось в системе MATLAB методом комплексных огибающих. При этом импульсная характеристика согласованного фильтра определялась как сдвинутое на длительность импульса зеркальное отражение комплексно-сопряженной комплексной огибающей сигнала.

### 1, Радиоимпульс с огибающей в виде гауссовой кривой

Из формулы (1) следует, что для каждого конкретного вида сигнала произведение среднеквадратического отклонения (СКО) оценки задержки и отношения сигнал-шум является постоянной величиной:

$$\sigma_{t_s} \rho = \frac{1}{\Delta\omega_{\text{ск}}} = \text{const}. \quad (4)$$

Аналогичный показатель  $\hat{\sigma}_{t_s} \rho$ , который выражается через измеренное на модели значение СКО  $\hat{\sigma}_{t_s}$ , в общем случае зависит от отношения сигнал-шум. Отклонение  $\hat{\sigma}_{t_s} \rho$  от  $\sigma_{t_s} \rho$  характеризует возрастание дисперсии оценки, обусловленное отличием распределения вероятностей оценки от нормального, а также влиянием аномальных ошибок.

Для импульса единичной амплитуды огибающая в виде гауссовой кривой определяется выражением

$$s(t) = \exp(-t^2 / T^2), \quad (5)$$

где  $T$  – параметр, определяющий эффективную длительность импульса. Нормированная АКФ сигнала с гауссовой огибающей равна [4, формула (2.44)]

$$K_{\text{норм}}(\tau) = \exp\left(-\frac{\tau^2}{2T^2}\right).$$

Ее вторая производная определяется выражением

$$K''_{\text{норм}}(\tau) = -\frac{1}{T^2} \left(1 - \frac{\tau^2}{T^2}\right) \exp\left(-\frac{\tau^2}{2T^2}\right).$$

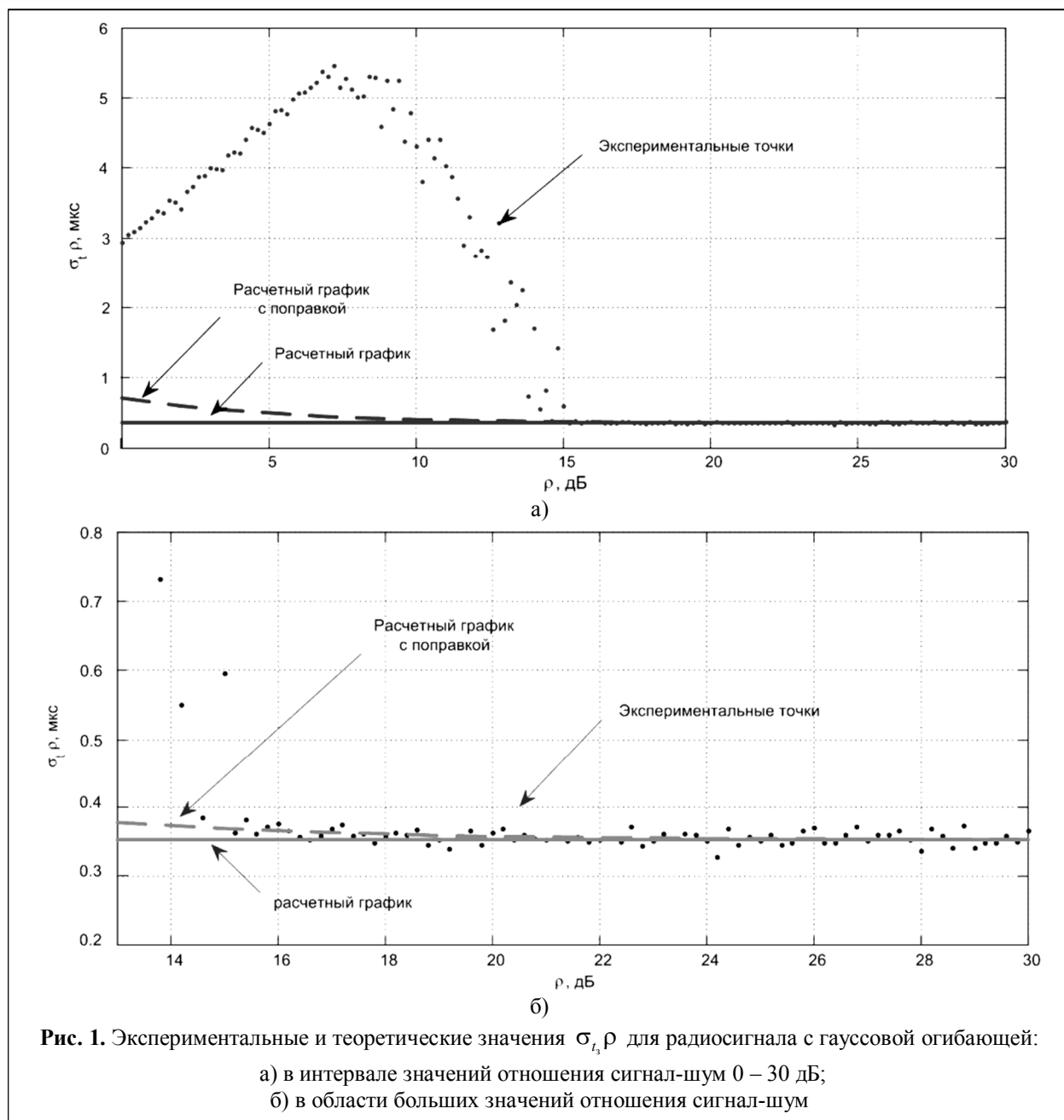
Следовательно,  $K''_{\text{норм}}(0) = -\frac{1}{T^2}$  и в соответствии с (2) среднеквадратическая ширина спектра сигнала равна

$$\Delta\omega_{\text{ск}} = \frac{1}{T}. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (4), получаем, что для рассматриваемого сигнала

$$\sigma_{t_s} \rho = T. \quad (7)$$

На рис. 1 точками показана полученная на модели зависимость произведения  $\hat{\sigma}_{t_s} \rho$  от отношения сигнал-шум, выраженного в децибелах, и сплошной линией отмечен теоретический предельный уровень  $\sigma_{t_s} \rho$  этого произведения, определяемый формулой (7). При расчете и моделировании было задано  $T = \frac{\tau_{\text{и}}}{4\sqrt{2}} = 0,354$  мкс, что соответствует эффективной длительности импульса  $\tau_{\text{и}} = 2$  мкс. Длительность интервала, на котором определяется временное положение сигнала, (время моделирования) равно  $T_{\text{мод}} = 10$  мкс. Задержка сигнала была задана таким образом, чтобы временное положение максимума отклика согласованного фильтра соответствовало середине этого интервала. Видно, что при отношении сигнал-шум более 15 децибел значение произведения  $\sigma_{t_s} \rho$ , определенное на модели, совпадает с рассчитанным теоретически. При меньшем отношении сигнал-шум из-за влияния аномальных ошибок СКО ошибки измерения значительно возрастает, что и определяет



границу применимости асимптотической формулы (1).

Для того чтобы уточнить полученный результат с учетом поправки на отличие распределения вероятностей ошибки от нормального, был проведен расчет дисперсии ошибки по формуле (3). Четвертая производная нормированной АКФ сигнала определяется выражением

$$K_{\text{норм}}^{IV}(\tau) = \frac{1}{T^4} \left( 3 - \frac{6\tau^2}{T^2} + \frac{\tau^4}{T^4} \right) \exp\left(-\frac{\tau^2}{2T^2}\right).$$

Подставляя ее значение в нуле, равное  $K_{\text{норм}}^{IV}(0) = \frac{3}{T^4}$ , получим следующие выражения для дисперсии ошибки измерения  $\sigma_{t_s}^2$  и произведения  $\sigma_{t_s}^2 \rho$  с учетом поправки:

$$\sigma_{t_s}^2 = \frac{T^2}{\rho^2} \left( 1 + \frac{3}{\rho^2} \right), \quad (8)$$

$$\sigma_{t_s}^2 \rho = T \sqrt{1 + \frac{3}{\rho^2}}. \quad (9)$$

На рис. 1 зависимости произведения  $\sigma_{t_3} \rho$  от отношения сигнал-шум, рассчитанные по формуле (9), показаны пунктирной линией. Видно, что учет поправки несколько увеличивает точность расчета дисперсии ошибки в диапазоне значений  $\rho = 15 - 20$  дБ, но при величине отношения сигнал-шум менее 15 дБ полученные на модели значения  $\hat{\sigma}_{t_3} \rho$  по-прежнему много больше рассчитанных, что связано с влиянием аномальных ошибок измерения задержки.

Задаваемая в модели длительность принимаемого колебания (время моделирования  $T_{\text{мод}}$ ) влияет на величину произведения  $\hat{\sigma}_{t_3} \rho$  в области аномальных ошибок, однако граничное значение отношения сигнал-шум, при котором сказывается влияние аномальных ошибок, остается неизменным. Таким образом, можно сделать вывод, что область применимости уточненной формулы (3) определяется значениями отношения сигнал-шум более 15 дБ.

## 2. Радиопульс на выходе одиночного колебательного контура

Низкочастотным эквивалентом одиночного колебательного контура является инерционное звено (интегрирующая RC-цепь). Поэтому огибающая сигнала на выходе колебательного контура при воздействии на него на резонансной частоте радиопульса с прямоугольной огибающей единичной амплитуды имеет вид отклика интегрирующей цепи на прямоугольный видеоимпульс и определяется выражением [8]

$$s(t) = \begin{cases} 1 - e^{-t/T_{\text{инт}}} & \text{при } t \in [0, \tau_{\text{и}}] \\ (1 - e^{-\tau_{\text{и}}/T_{\text{инт}}}) e^{-(t-\tau_{\text{и}})/T_{\text{инт}}} & \text{при } t > \tau_{\text{и}} \end{cases},$$

где  $T_{\text{инт}}$  – постоянная времени интегрирующей цепи;  $\tau_{\text{и}}$  – длительность импульса.

В работе авторов [9] на основе асимптотической формулы (1) получено следующее выражение для дисперсии ошибки оценки задержки радиосигнала на выходе одиночного колебательного контура:

$$\sigma_{t_3}^2 = \tau_{\text{и}}^2 \frac{a - (1 - e^{-a})}{a^2 (1 - e^{-a}) \rho^2}, \quad (10)$$

где  $a = \frac{\tau_{\text{и}}}{T_{\text{инт}}}$  – параметр, характеризующий степень прямоугольности огибающей импульса на выходе колебательного контура: чем больше  $a$ ,

тем ближе огибающая по форме к прямоугольной. Кроме того, в [9] показано, что для рассматриваемого сигнала нет возможности определить дисперсию ошибки с поправкой по формуле (3), которая учитывает отличие распределения вероятностей ошибки от нормального, поскольку значение в нуле четвертой производной нормированной АКФ  $K_{\text{норм}}^{IV}(0)$  оказывается бесконечно большим.

Для упрощения дальнейшего анализа удобно ввести безразмерную переменную

$$V = \frac{\sigma_{t_3} \rho}{\tau_{\text{и}}}. \quad (11)$$

Из (10), (11) следует, что переменная  $V$  зависит только от параметра  $a$  и не зависит от отношения сигнал-шум:

$$V = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{a}{1 - \exp(-a)} - 1}. \quad (12)$$

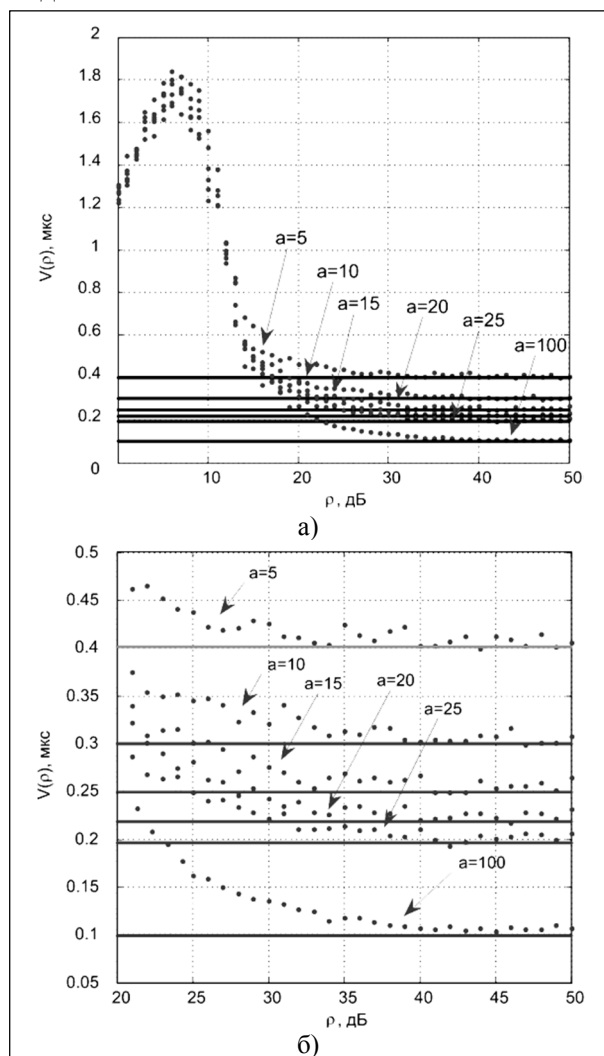
Аналогичная переменная, выраженная через определенное на модели значение СКО ошибки измерения как  $\hat{V}(\rho) = \frac{\hat{\sigma}_{t_3} \rho}{\tau_{\text{и}}}$ , в общем случае зависит от отношения сигнал-шум.

На рис. 2 точками показаны полученные на модели значения  $\hat{V}(\rho)$  и сплошными линиями отмечены рассчитанные по формуле (12) теоретические уровни в зависимости от отношения сигнал-шум для различных значений параметра  $a$ . Из графика на рис. 2,а следует, что при отношении сигнал-шум менее 15 дБ полученные на модели значения  $\hat{V}(\rho)$  значительно превышают рассчитанные, что связано с влиянием аномальных ошибок.

На рис. 2,б видно, что в области больших значений отношения сигнал-шум на характер



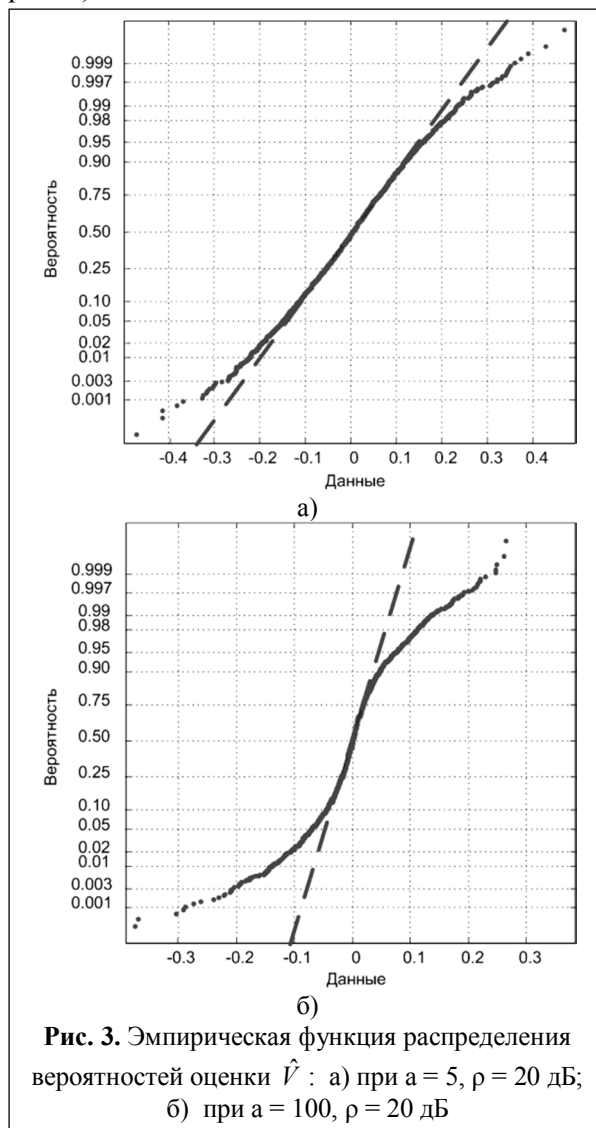
зависимости  $\hat{V}(\rho)$  влияет величина параметра  $a$ : при увеличении  $a$  экспериментальная зависимость приближается к предельному уровню медленнее.



**Рис. 2.** Зависимость  $\hat{V}(\rho)$  и предельные уровни: а) в интервале значений отношения сигнал-шум 0 – 50 дБ; б) при большом отношении сигнал-шум

Для дополнительного исследования того, как параметр  $a$  влияет на граничное значение отношения сигнал-шум, были построены графики эмпирической функции распределения вероятностей ошибки измерения. Эмпирическая функция распределения рассчитывается с помощью функции *normplot* системы MATLAB, в которой используется такой нелинейный масштаб графика по вертикальной оси, при котором график функции распределе-

ния нормальной случайной величины имеет вид прямой линии (штриховая линия на рис. 3).



**Рис. 3.** Эмпирическая функция распределения вероятностей оценки  $\hat{V}$ : а) при  $a = 5$ ,  $\rho = 20$  дБ; б) при  $a = 100$ ,  $\rho = 20$  дБ

На рис. 3,а видно, что при значительном сглаживании огибающей импульса ( $a = 5$ ) центральная часть распределения вероятностей соответствует нормальному закону, а на краях есть отклонение в сторону больших значений. Если же форма огибающей близка к прямоугольной (рис. 3,б;  $a = 100$ ), то при том же отношении сигнал-шум 20 дБ распределение вероятностей отличается от нормального тем, что значительно возрастает доля больших отклонений. Этим объясняется отмеченное выше различие в характере зависимости  $\hat{V}(\rho)$  при малом и при большом значении параметра  $a$ .

При отношении сигнал-шум свыше 35-40 дБ во всех рассмотренных случаях распределение вероятностей ошибки измерения очень близко к нормальному, и измеренные значения  $\hat{V}(\rho)$  практически совпадают с рассчитанными по асимптотической формуле (10).

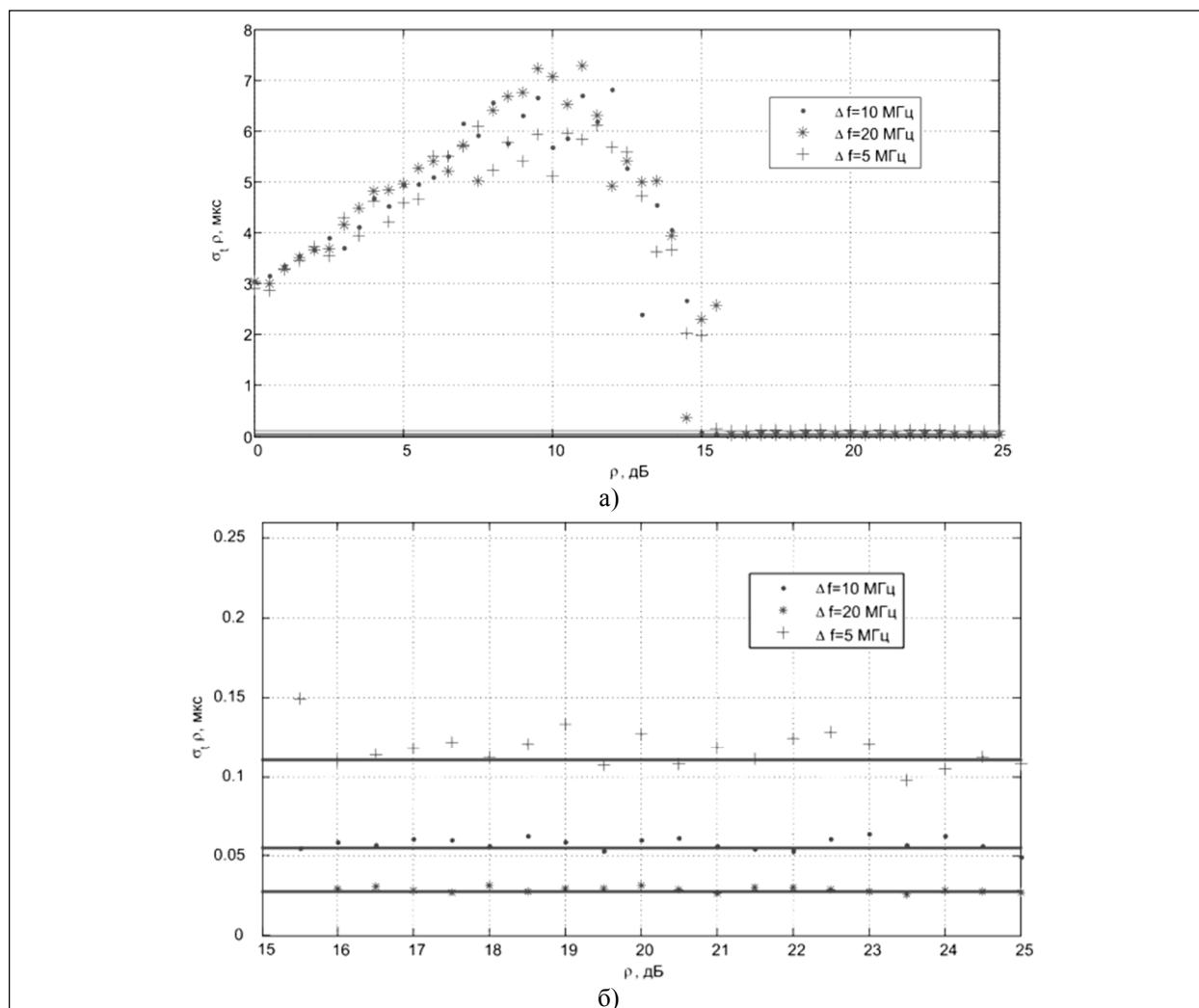
Таким образом, в качестве границы области аномальных ошибок можно принять отношение сигнал-шум 15 дБ. Область от 15 дБ до 35-40 дБ – это область, где аномальные ошибки почти не наблюдаются, но распределение вероятностей ошибки измерения задержки не соответствует нормальному закону; здесь формула (10) может быть использована только для ориентировочной оценки дисперсии ошибки. И, наконец, если отношение сигнал-шум превышает 35-40 дБ, то условия применимости

асимптотической формулы (10) выполняются, и она дает результат, совпадающий с полученными на модели значениями.

**3. Сигнал с линейной частотной модуляцией**  
 Нормированная автокорреляционная функция ЛЧМ сигнала с прямоугольной огибающей длительностью  $\tau_n$  определяется выражением [10, формула (7.18)]

$$K_{\text{норм}}(\tau) = \frac{\sin\left(\pi\Delta f\tau\left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_n}\right)\right)}{(\pi\Delta f\tau)},$$

где  $\Delta f$  – девиация частоты сигнала. Поскольку эта функция в нуле является негладкой, то для расчета значения второй и четвертой производных в нуле используется приближенная формула [10, формула (7.19)]



**Рис. 4.** Экспериментальные значения  $\hat{\sigma}_{t_i, \rho}$  и предельные уровни для ЛЧМ сигнала: а) в интервале значений отношения сигнал-шум 0 – 25 дБ; б) в области больших значений отношения сигнал-шум

$$K_{\text{норм}}(\tau) = \sin(\pi\Delta f\tau) / (\pi\Delta f\tau). \quad (13)$$

Вторая и четвёртая производные нормированной АКФ (13) определяются следующими выражениями:

$$K''_{\text{норм}}(\tau) = \frac{2 - (\pi\Delta f\tau)^2}{\pi\Delta f\tau^3} \sin(\pi\Delta f\tau) - \frac{2}{\tau^2} \cos(\pi\Delta f\tau),$$

$$K''''_{\text{норм}}(\tau) = \left[ \frac{4(6 - 3\pi^2\Delta f^2\tau^2)}{\pi\Delta f\tau^5} + \frac{\pi\Delta f(-3 + \pi^2\Delta f^2\tau^2)}{\tau^3} \right] \sin(\pi\Delta f\tau) - \left[ \frac{24 - 6\pi^2\Delta f^2\tau^2}{\tau^4} + \frac{2\pi^2\Delta f^2}{\tau^2} \right] \cos(\pi\Delta f\tau).$$

Можно показать, что их значение в нуле равно соответственно

$$K''_{\text{норм}}(0) = -\frac{1}{3}(\pi\Delta f)^2, \quad (14)$$

$$K''''_{\text{норм}}(0) = \frac{41}{20}(\pi\Delta f)^4. \quad (15)$$

Подставляя (14) в (2) и (1), найдем дисперсию ошибки измерения

$$\sigma_{\tau}^2 = \frac{3}{\pi^2\Delta f^2\rho^2}, \quad (16)$$

что соответствует формуле (2.50) из [4], и получим следующее выражение для произведения СКО на отношение сигнал-шум:

$$\sigma_{\tau}\rho = \frac{\sqrt{3}}{\pi\Delta f}. \quad (17)$$

На рис. 4 символами показаны экспериментальные значения  $\hat{\sigma}_{\tau}\rho$ , а линиями – теоретические уровни, рассчитанные по формуле (17), для трех значений девиации частоты:  $\Delta f = 5$  МГц, 10 МГц, 20 МГц. Длительность импульса равна 5 мкс, время моделирования 10 мкс. Видно, что независимо от девиации частоты граничное значение отношения сигнал-шум составляет около 15 дБ.

Для этого значения отношения сигнал-шум на рис. 5 показана полученная на модели эмпирическая функция распределения

вероятностей величины  $\hat{\sigma}_{\tau}\rho$  при девиации частоты 10 МГц, изображенная в нелинейном масштабе по вертикальной оси. Видно, что хотя центральная часть распределения соответствует нормальному закону, вероятность больших отклонений больше, чем при нормальном распределении, что приводит к увеличению дисперсии.

Выражение для расчета произведения  $\sigma_{\tau}\rho$  с учетом поправки, которая учитывает отличие распределения вероятностей ошибки от нормального, получается при подстановке в (3) формул (14) и (15), определяющих значение в нуле второй и четвертой производных нормированной АКФ сигнала:

$$\sigma_{\tau}\rho = \frac{\sqrt{3}}{\pi\Delta f} \sqrt{1 + \frac{369}{20\rho^2}}. \quad (18)$$

Для значений отношения сигнал-шум, при которых влияние аномальных ошибок практически не сказывается, учет поправки незначительно повышает точность расчета СКО: на 9% при  $\rho = 20$  дБ и на 3% при  $\rho = 25$  дБ. Следовательно, при достаточно большом (более 20 дБ) отношении сигнал-шум дисперсия оценки задержки ЛЧМ сигнала с хорошей точностью определяется асимптотической формулой (16).

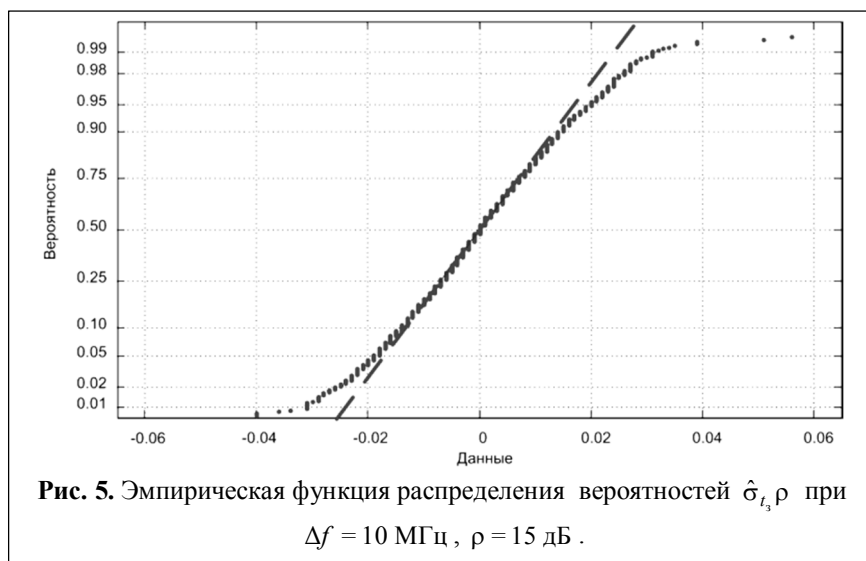


Рис. 5. Эмпирическая функция распределения вероятностей  $\hat{\sigma}_{\tau}\rho$  при  $\Delta f = 10$  МГц,  $\rho = 15$  дБ.



### Выводы

1. Для трех видов импульсного радиосигнала в широком диапазоне значений отношения сигнал-шум проведено сопоставление определенной на имитационной модели и рассчитанной по теоретическим формулам дисперсии ошибки при оптимальном измерении задержки сигнала. Для сигнала с гауссовой огибающей и для ЛЧМ сигнала получены уточненные выражения для дисперсии, учитывающие отклонение распределения вероятностей ошибки измерения от нормального закона, которое наблюдается при не очень большом отношении сигнал-шум, но в отсутствие аномальных ошибок.

2. Показано, что для радиоимпульса с гауссовой огибающей в диапазоне значений отношения сигнал-шум  $\rho = 15 - 20$  дБ расчет дисперсии по уточненной формуле (3) лучше согласуется с экспериментальными результатами, чем расчет по асимптотической формуле (1). Минимальное значение отношения сигнал-шум, при котором не сказывается влияние аномальных ошибок и, следовательно, возможно использование уточненной формулы (3), составляет 15 дБ. При этом дисперсия ошибки определяется формулой (8).

3. Для сигнала в виде радиоимпульса на выходе колебательного контура показано, что при отношении сигнал-шум от 15 дБ до 35-40 дБ вероятность больших значений ошибки измерения больше, чем при нормальном распределении. Этот эффект проявляется тем сильнее, чем ближе форма огибающей импульса к прямоугольной. Аномальные ошибки при этом практически не влияют, но асимптотическая формула (10) может быть использована только для ориентировочной оценки дисперсии ошибки. При отношении сигнал-шум менее 15 дБ существенное влияние на величину дисперсии оказывают аномальные ошибки. При отношении сигнал-шум свыше 35-40 дБ распределение вероятностей ошибки измерения очень близко к нормальному и асимптоти-

ческая формула (10) дает практически точное значение дисперсии.

4. Для ЛЧМ сигнала показано, что в диапазоне значений отношения сигнал-шум 20-25 дБ поправка к асимптотической формуле, учитывающая отличие распределения вероятностей ошибки от нормального, незначительно повышает точность расчета дисперсии. При отношении сигнал-шум менее 15-17 дБ асимптотическая формула неприменима, т.к. значительно возрастает влияние аномальных ошибок.

5. Таким образом, установлено, что для рассмотренных типов сигнала нижняя граница отношения сигнал-шум, при котором влияние аномальных ошибок на величину дисперсии измеренной задержки практически не сказывается, составляет около 15-17 дБ.

### Литература

1. Радиотехнические системы: Учеб. для вузов / под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Высшая школа, 1990.
2. Качанов В.К. Методы обработки сигналов в ультразвуковой дефектоскопии / В.К. Качанов, В.Г. Карташев, И.В. Соколов, Е.В. Шалимова. – М.: Издательский дом МЭИ, 2010.
3. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. Учебное пособие для вузов. – 3-е изд. М.: Горячая линия – Телеком, 2015.
4. Амиантов И.Н. Избранные вопросы статистической теории связи. – М.: Сов. радио, 1971.
5. Гуткин Л.С. Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах. – М.: Сов. радио, 1972.
6. Фалькович С.Е. Оценка параметров сигнала. – М.: Сов. радио, 1970.
7. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. – М.: Сов. радио, 1978.
8. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. – 3-е изд. – М.: Высшая школа, 2000.
9. Лишак М.Ю., Рэнцэнмягмар Б. Вычисление дисперсии оценки временного положения радиосигнала на выходе колебательного контура // Молодой ученый. 2016. № 12 (116). С. 317–322.
10. Теоретические основы радиолокации: Учебн. пособие для вузов / под ред. В.Е. Дулевича. – М.: Сов. радио, 1978.

Поступила 11 июля 2016 г.

**Defining asymptotic formula applicability range for optimum assessment dispersion of pulse signal delay**

**Mikhail Yuryevich Lishak** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor Department of Formation and Processing of Radio Signals National Research University “Moscow Power Engineering Power Institute”.

*E-mail:* LishakMY@mpei.ru.

**Buyankhishig Rentsenmyagmar** – Aspirant Department of Formation and Processing of Radio Signals National Research University “Moscow Power Engineering Power Institute”.

*E-mail:* buyanaa1010@mail.ru.

*Address:* 111250, Moscow, Krasnokazarmennaya St., 14.

*Abstract:* It is known that measuring accuracy of the pulse radio signal received in the noise environment is characterized by measurement error dispersion. When using matched filter-based optimum receiver, measurement errors nominally fall into normal ones, caused by accidental shift of matched filter maximum response to a signal with the big signal-to-noise ratio (SNR), and abnormal ones arising with small SNR and caused by noise emissions. Measurement error dispersion is defined through asymptotic formula, known from the optimum signal reception theory in case of big SNR when abnormal errors' effect can be neglected. This article states dependences for estimating error measurement dispersion of the delay due to SNR and that is based on the results of statistical simulation modeling of the optimum receiver. These dependences for three types of pulse signals are compared to the theoretical values calculated via asymptotic formula. It is shown that abnormal errors significantly influence dispersion value with signal-to-noise ratio less than 15 dB for these signals. The lower borderline of asymptotic formula applicability range is defined by this value.

*Key words:* pulse radio signal, delay measurement, optimum reception, matched filter, error dispersion, normal white noise, abnormal errors.

**References**

1. Radio-engineering systems: Textbook for higher education institutions Ed. by Yu.M.Kazarinov. - M.: Vysshaya shkola, 1990.
2. Kachanov V. K. Signal processing methods in ultrasonic defectoscopy. - V.K. Kachanov, V.G. Kartashyov, I.V. Sokolov, E.V. Shalimova. - M.: MEI publishing house, 2010.
3. Tikhonov V.I., Kharisov V.N. Statistical analysis and synthesis of radio technical devices and systems. Manual for higher education institutions. - 3rd ed. M.: Goryachaya liniya – Telekom, 2015.
4. Amiantov I.N. Selected problems of the communication statistical theory. - M.: Sov. radio, 1971.
5. Gutkin L.S. Optimum method theory of radio reception in fluctuation noise environment. - M.: Sov. radio, 1972.
6. Falkovich S.E. Signal parameters estimation. - M.: Sov. radio, 1970.
7. Kulikov E.I., Trifonov A.P. Signal parameters estimation in noise environment. - M.: Sov. radio, 1978.
8. Baskakov S. I. Radio engineering circuits and signals. - 3rd ed. - M.: Vysshaya shkola, 2000.
9. Lishak M. Yu., Rentsenmyagmar B. Calculating estimation dispersion of radio signal temporal position in the oscillating circuit output. - Molodoy ucheny. 2016. No. 12 (116). P. 317-322.
10. Radar detection fundamentals: Manual for higher education institutions. - Ed. by V.E.Dulevicha. - M.: Sov. radio, 1978.